



Nova Abordagem Iterativa e Multifrequência em Tomografia Geofísica de Difração

Danilo Sande*, IGEO/UFBA, Amin Bassrei, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP e Jerry Harris, Stanford University

Copyright 2017, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, 31 July to 3 August, 2017.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

Seismic tomography is used in reservoir geophysics as an important method for high resolution imaging. The classic Born approach, used in monochromatic diffraction tomography in the condition of weak scattering, has as a limitation the need for prior knowledge of the background velocity. In this work we propose several iterative approaches of tomographic inversion, where the background velocity field is updated at each iteration, but the knowledge true background is not required. In addition to the iterative process, one can choose to use a single frequency or several frequencies at each inversion. In the first approach, a single frequency is used, which is kept constant. In the second, at each iteration, several frequencies are used simultaneously, which are also kept constant. In the third, in addition to the background velocity, the working frequency is also updated. Finally, in the last approach, the multiple frequencies used simultaneously, are updated iteration to iteration. The proposed approaches were tested in a synthetic model containing a dipping layer and a paleochannel with well to well acquisition geometry. The data were contaminated with Gaussian noise. The iterative process, together with the use of multiple frequencies, generated good results with small velocity and model parameter errors.

Introdução

As ondas elásticas ou acústicas possuem propriedades de divergência e difração, de acordo com a equação da onda. Quando o comprimento de onda é da mesma ordem das dimensões da estrutura a ser visualizada, a energia é difratada, o que implica na utilização da forma de onda para inferir as propriedades físicas do meio, ou seja, utilizando a amplitude da onda registrada é possível mensurar o contraste de velocidade do meio. Existem aplicações da tomografia de difração em problemas de imageamento para várias áreas, que vão desde a medicina à geofísica (Harris, 1987). Há diversos trabalhos nesse campo como Devaney (1982), Wu e Toksöz (1987) que apresentaram a retropropagação filtrada. Já Santos e Bassrei (2007) e Rocha Filho (1997) utilizaram a abordagem matricial, enquanto Harris e Yin (1994) utilizam tomografia de difração multifrequência.

A tomografia de difração é um problema inverso não linear, mal posto, que pode ser resolvido utilizando a aproximação de Born. Esse método faz uso das

amplitudes do campo de onda obtidos nos receptores, e através de uma aproximação que considera os campos espalhados muito menores que os campos de onda incidentes, lineariza o problema inverso com a finalidade de se obter a velocidade dos meios espalhadores. Esse trabalho sugere algumas novas abordagens para a utilização da aproximação de Born, utilizando multifrequência de modo iterativo e sequencial. Com esse método proposto, existe a vantagem de realizar a inversão sem a necessidade de conhecer previamente a velocidade de background do meio e ainda obter melhores resultados que o caso convencional monofrequência.

Problemas Inversos e Regularização

Os problemas inversos são geralmente mal postos, ou seja, a solução pode não existir, e se existir não ser única e/ou estável. Um problema linear, linear por partes ou linearizado pode ser escrito como o sistema linear de equações:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m},$$

onde \mathbf{d} é o vetor de dados, \mathbf{m} é o vetor dos parâmetros do modelo e \mathbf{G} é a matriz $\mathbf{M} \times \mathbf{N}$ que relaciona os \mathbf{M} elementos do vetor de dados com os \mathbf{N} elementos do vetor de parâmetros do modelo.

Algumas técnicas como a regularização por matriz de derivadas podem ajudar a melhorar a estabilidade da matriz. Essa técnica consiste em minimizar as variações dos parâmetros do modelo. Pode-se utilizar a rugosidade dos parâmetros do modelo através de uma matriz que aproxima a segunda derivada \mathbf{D}_2 :

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_N \end{pmatrix} = \mathbf{D}_2 \mathbf{m}.$$

O valor L_n do achatamento ($n = 1$) ou da rugosidade ($n = 2$) do vetor \mathbf{m} é definido como:

$$L_n = (\mathbf{D}_n \mathbf{m})^T (\mathbf{D}_n \mathbf{m}),$$

onde n é a ordem da matriz de derivada. Utilizando o valor de L_n , define-se a função objetivo como:

$$\phi(\mathbf{m}) = \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \lambda L_n.$$

onde λ é uma constante positiva conhecida como parâmetro de regularização. Minimizando a função objetivo, obtemos o vetor dos parâmetros do modelo estimado:

$$\mathbf{m}^{est} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{D}_n^T \mathbf{D}_n)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}.$$

O método da Validação Cruzada Generalizada ou GCV foi proposto por Craven e Wahba (1979) como uma ferramenta para escolher o valor do parâmetro de regularização λ ótimo. A estimativa GCV vem da validação cruzada ordinária, que é baseada no conceito de deixar um de fora, ou seja, remove-se um elemento do vetor de dados e calcula-se a solução regularizada que minimiza a função objetivo:

$$V_0(\lambda) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M [d_k^{obs} - d_k(m_\lambda^k)]^2,$$

onde o índice k corresponde ao k -ésimo elemento que foi removido do vetor de dados. Se o valor de λ é ótimo, então o k -ésimo elemento da solução (vetor parâmetro de modelo) predirá a falha, ou seja, \mathbf{m}_λ^k é a solução que minimiza o erro. A função GCV apresentada por (Craven e Wahba, 1979) é:

$$GCV(\lambda) = \frac{\| \mathbf{d}^{obs} - \mathbf{d}(\mathbf{m}_\lambda) \|^2}{\left[\frac{1}{M} \text{Tr}(\mathbf{I} - \mathbf{B}(\lambda)) \right]^2},$$

onde $\mathbf{B}(\lambda)$ é definida como:

$$\mathbf{B}(\lambda) = \mathbf{G}(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{D}_n^T \mathbf{D}_n)^{-1} \mathbf{G}^T.$$

Regińska (1996) propôs um outro método de escolha de parâmetro relacionado com o critério da curva L para a regularização de Tikhonov. Este método pode ser adaptado sem dificuldade para qualquer situação em que o parâmetro de regularização é discreto. O método consiste em encontrar o mínimo do funcional:

$$\Psi_\mu(\lambda) = \| \mathbf{d}^{obs} - \mathbf{d}(\mathbf{m}_\lambda) \|^2 \| \mathbf{m}_\lambda \|^2 \mu,$$

$$\mu > 0,$$

onde μ é um parâmetro definido pelo usuário. Nós usamos $\mu = 1$ em nossos experimentos numéricos.

Tomografia Sísmica de Difração

A propagação de uma certa perturbação $\psi(\mathbf{r}, t)$ através de um meio com densidade constante e velocidade variável dada por $c(\mathbf{r})$ pode ser modelada pela equação da onda (Devaney, 1984; Harris, 1987; Wu e Toksöz, 1987):

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2},$$

onde \mathbf{r} é o vetor posição dentro do modelo considerado, t representa o tempo e ∇^2 é o operador Laplaciano. Utilizando ondas harmônicas no tempo representadas por exponenciais, podemos encontrar a solução para a equação da onda (Lo e Inderwiesen, 1994):

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{-j\omega t} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t),$$

onde $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ é a amplitude da onda. A partir da equação da onda, obtemos a equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, \omega) + \kappa^2(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{P}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{0}.$$

O problema do espalhamento consiste de uma onda incidente $\mathbf{P}_I(\mathbf{r})$, que se propaga de uma fonte dentro de um meio com uma velocidade de background constante, dada por c_0 . O objetivo é obter a imagem do meio 2-D onde existe um contraste de velocidade $c(\mathbf{r})$. Qualquer porção do meio onde $c(\mathbf{r}) \neq c_0$ atuará como fonte secundária e espalhará o campo de onda incidente.

O campo de onda total registrado no receptor é $\mathbf{P}_T(\mathbf{r})$, que é a soma dos campos de onda incidente e espalhado:

$$\mathbf{P}_T(\mathbf{r}) = \mathbf{P}_I(\mathbf{r}) + \mathbf{P}_S(\mathbf{r}).$$

Para um modelo de densidade constante, a equação de Helmholtz descreve a propagação do campo de onda total:

$$[\nabla^2 + \kappa^2(\mathbf{r})] \mathbf{P}_T(\mathbf{r}) = \mathbf{0}.$$

O número de onda associado com o meio de velocidade de background constante é

$$\kappa_0 = \frac{\omega}{c_0}.$$

Assim, podemos definir $\kappa^2(\mathbf{r})$ como

$$\kappa^2(\mathbf{r}) = \kappa_0^2 - \kappa_0^2 \mathbf{M}(\mathbf{r}),$$

onde a função objeto é expressa como:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \left[\mathbf{1} - \frac{c_0^2}{c^2(\mathbf{r})} \right].$$

Das equações anteriores, obtêm-se a equação de Helmholtz para $\mathbf{P}_S(\mathbf{r})$:

$$[\nabla^2 + \kappa_0^2(\mathbf{r})] \mathbf{P}_S(\mathbf{r}) = \kappa_0^2 \mathbf{M}(\mathbf{r}) [\mathbf{P}_I(\mathbf{r}) + \mathbf{P}_S(\mathbf{r})].$$

A solução pode ser obtida utilizando as funções de Green (Lo e Inderwiesen, 1994):

$$\mathbf{P}_S(\mathbf{r}) = -\kappa_0^2 \int_A \mathbf{M}(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r} | \mathbf{r}') [\mathbf{P}_I(\mathbf{r}') + \mathbf{P}_S(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}',$$

onde $\mathbf{G}(\mathbf{r} | \mathbf{r}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(\kappa_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ e $H_0^{(1)}$ é a função de Hankel de primeiro tipo e ordem zero.

Essa solução baseada na função de Green é conhecida como a equação integral de Lippmann-Schwinger (Lo e Inderwiesen, 1994). Contudo, essa equação apresenta uma relação não linear, pois o campo de onda espalhado $\mathbf{P}_S(\mathbf{r})$ está presente dentro da equação integral de Lippmann-Schwinger.

A aproximação de Born é um modo de linearizar a equação de Lippmann-Schwinger que se baseia na condição:

$$\mathbf{P}_S(\mathbf{r}) \ll \mathbf{P}_I(\mathbf{r}).$$

Consequentemente, pode-se obter a equação de Lippmann-Schwinger aproximada:

$$\mathbf{P}_S(\mathbf{r}) \approx -\kappa_0^2 \int_A \mathbf{M}(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r} | \mathbf{r}') \mathbf{P}_I(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'.$$

Como a fonte primária é um impulso negativo localizado em \mathbf{r}_s , pode-se escrever o campo de onda incidente usando a função de Green (Lo e Inderwiesen, 1994):

$$P_I(\mathbf{r}) = G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_s).$$

Assim:

$$P_S(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r) \approx -\kappa_0^2 \int_A \mathbf{M}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' | \mathbf{r}_s) G(\mathbf{r}_r | \mathbf{r}') d\mathbf{r}',$$

onde $P_S(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r)$ é o campo de onda espalhado registrado em \mathbf{r}_r . A equação acima é a equação integral de Lippmann-Schwinger linearizada através da aproximação de Born, porém exige um espalhamento fraco, ou seja, pequenos contrastes de velocidade.

Formulação matricial multifrequência da Tomografia de Difração

A aproximação de Born permite expressar uma relação linear entre o campo espalhado $P_S(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r)$ e a função modelo $\mathbf{M}(\mathbf{r})$:

$$P_S(\kappa, \mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r) \approx \frac{\kappa^2}{16} \int_A \mathbf{M}(\mathbf{r}') H_0^{(1)}(\kappa |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_s|) \times H_0^{(1)}(\kappa |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_r|) d\mathbf{r}'.$$

Para a formulação matricial, faz-se necessário parametrizar a área de integração através de um número finito de blocos I (Rocha Filho, 1997). Como a velocidade sísmica é constante dentro de cada bloco, a função objeto \mathbf{m}_i será também constante dentro de cada bloco:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^I \mathbf{m}_i \phi_i(\mathbf{r}'),$$

onde $\phi_i(\mathbf{r}')$ é uma função de base. A base aqui definida é $\phi_i(\mathbf{r}') = 1$ quando \mathbf{r}' está dentro da área i e $\phi_i(\mathbf{r}') = 0$ quando está fora da área. Com as devidas substituições, obtém-se:

$$P_S(\kappa, \mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r) \approx \frac{\kappa^2}{16} \int_A \sum_{i=1}^I \mathbf{m}_i \phi_i(\mathbf{r}') H_0^{(1)}(\kappa |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_s|) \times H_0^{(1)}(\kappa |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_r|) d\mathbf{r}'.$$

Há M fontes localizadas em $\mathbf{r}_{sm} (1 \leq m \leq M)$ e N receptores localizados em $\mathbf{r}_{rn} (1 \leq n \leq N)$. Na aproximação de multifrequência, há L números de onda κ , além disso, podemos W como uma variável auxiliar e substituir a integral contínua por uma soma 2-D no espaço:

$$W_{lmni} = \frac{\kappa_l^2}{16} \sum_A \phi_i(\mathbf{x}', \mathbf{z}') \times H_0^{(1)}(\kappa_l | (\mathbf{x}', \mathbf{z}') - (\mathbf{x}_{sm}, \mathbf{z}_{sm})) \times H_0^{(1)}(\kappa_l | (\mathbf{x}_{rn}, \mathbf{z}_{rn}) - (\mathbf{x}', \mathbf{z}')) \Delta x \Delta z.$$

Desse modo, reescreve-se o problema inicial como um sistema de equações lineares:

$$p_{s,lmn} = \sum_{i=1}^I W_{lmni} m_i,$$

que pode ser escrito na notação matricial como

$$\mathbf{p} = \mathbf{W}\mathbf{m}.$$

A formulação matricial multifrequência permite recuperar o modelo utilizando diversas frequências simultaneamente durante a inversão, aumentando o número de informações para um mesmo número de fonte. Além disso, a abordagem matricial permite posicionar fontes e receptores de modo arbitrário, sem a necessidade de espaçamento uniforme.

Metodologia

A obtenção do modelo estimado requer uma velocidade de background c_0 inicial que não é conhecida em casos reais. Nessa metodologia, propomos que a velocidade de background da iteração zero possa ser escolhida arbitrariamente, preferencialmente com uso de informação a priori. A partir da média de velocidades geradas pelo modelo estimado com esse background inicial, define-se uma nova velocidade de background para a próxima inversão (iteração 1). Procede-se de maneira análoga até que as velocidades médias dos modelos estimados entre iterações consecutivas sofram variações menores que 0.5 %. A metodologia de iteração pode ser exemplificada do seguinte modo: $c_0^{(0)} \rightarrow \mathbf{m}^{est(0)}$, onde $c_0^{(0)}$ é a velocidade de background da iteração zero e gera o modelo estimado $\mathbf{m}^{est(0)}$. Com o modelo estimado, obtemos a velocidade estimada $\mathbf{c}^{(0)}$:

$$c_i^{(0)} = \sqrt{\frac{(c_0^{(0)})^2}{1 - \mathbf{m}_i^{est(0)}}}, i = 1, 2, \dots, N$$

O valor médio das componentes do vetor velocidade estimada $\overline{\mathbf{c}^{(0)}} = \frac{1}{N} \sum_i^N c_i^{(0)}$ se torna a nova velocidade de background $c_0^{(1)}$ e conseqüentemente gera o novo modelo estimado $\mathbf{m}^{est(1)}$:

$$\frac{1}{N} \sum_i^N c_i^{(0)} = c_0^{(1)} \\ c_0^{(1)} \rightarrow \mathbf{m}^{est(1)}$$

Com o novo modelo estimado $\mathbf{m}^{est(1)}$, obtemos o vetor velocidade da primeira iteração $\mathbf{c}^{(1)}$ e calculamos a média das suas componentes.

$$c_i^{(1)} = \sqrt{\frac{(c_0^{(1)})^2}{1 - \mathbf{m}_i^{est(1)}}}, i = 1, 2, \dots, N \rightarrow \overline{\mathbf{c}^{(1)}} = \frac{1}{N} \sum_i^N c_i^{(1)}.$$

Se a média das componentes desse vetor $\overline{\mathbf{c}^{(1)}}$ diferir da média anterior $\overline{\mathbf{c}^{(0)}}$ por menos de 0.5%, a iteração para e o resultado final é o último modelo de velocidades estimadas, caso contrário, a iteração continua:

$$\overline{\mathbf{c}^{(1)}} = c_0^{(2)} \dots$$

Se a escolha inicial $c_0^{(0)}$ não for muito distante do valor verdadeiro, o que pode ser razoável utilizando informações a priori, o resultado do modelo estimado se aproximará do modelo verdadeiro, reduzindo os erros. Os erros RMS relativos entre os parâmetros de modelo verdadeiro e estimado, entre os dados calculados e os

dados observados e entre as velocidades verdadeiras e estimadas, foram utilizados para obter uma estimativa da qualidade da inversão. As suas expressões são, respectivamente:

$$\epsilon_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (m_i^{ver} - m_i^{est})^2}{\sum_{i=1}^N (m_i^{ver})^2}} \times 100\%;$$

$$\epsilon_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs} - d_i^{cal})^2}{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs})^2}} \times 100\%;$$

$$\epsilon_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (v_i^{ver} - v_i^{est})^2}{\sum_{i=1}^N (v_i^{ver})^2}} \times 100\%;$$

onde o sub-índice i refere-se ao i -ésimo elemento do vetor e os super-índices ver , est , obs e cal , referem-se à verdadeiro, estimado, observado e calculado respectivamente.

Simulações Numéricas

O modelo verdadeiro utilizado nesse trabalho tem um profundidade máxima de 250 m e variação na distância horizontal de 100 m . é composto de quatro camadas de diferentes velocidades aumentando com a profundidade e apresenta três feições principais: Uma camada inclinada, um canal aproximadamente semicircular simulando um paleocanal e uma camada plana de mais alta velocidade, como pode ser visto na Figura 1. Essas feições foram escolhidas para avaliar o desempenho do método iterativo em possíveis situações reais com comportamentos laterais distintos. As variações de velocidade foram limitadas à 2%, permitindo um uso adequado da aproximação de Born. Embora esse seja um pequeno contraste de velocidade, em diversas situações geológicas faz-se necessário o imageamento de regiões com contrastes pouco expressivos, onde as camadas ficam rodeadas de outras com velocidades bem próximas, como no caso de caracterização de reservatórios. A imagem do modelo verdadeiro apresentada na Figura 1 foi discretizada em células de 2.5 $m \times 2.5 m$ para uma melhor visualização, entretanto a inversão foi realizada utilizando 5 $m \times 5 m$, para reduzir o custo computacional. Em todas as inversões adicionou-se ruído gaussiano de aproximadamente 1% nos dados, já as frequências escolhidas variou de acordo com a abordagem adotada, sempre levando em conta as dimensões do modelo.

Nesse trabalho foram utilizadas 25 fontes e 25 receptores em uma distribuição poço a poço, totalizando 1250 equações quando separada a parte real da parte imaginária. Além disso, temos um meio com 50x20 blocos de 5 $m \times 5 m$, o que totaliza 1000 blocos com velocidades distintas, ou seja, 1000 incógnitas, portanto um problema sobredeterminado.

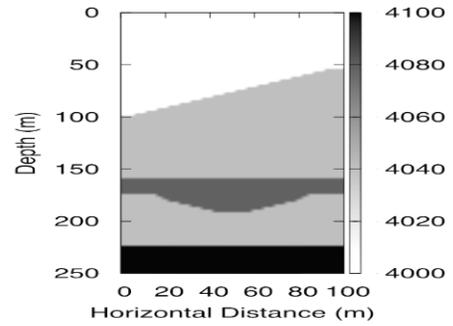


Figura 1: Modelo verdadeiro utilizado para as simulações numéricas. A barra de cores representa a velocidade da onda P em m/s .

Monofrequência Iterativa

Foi realizada uma inversão monocromática com frequência central de 500 Hz com uma boa recuperação do modelo ao final de 4 iterações. A escolha da velocidade inicial de 2500 m/s foi arbitrária, poderia ser escolhido valores de velocidades até aproximadamente 40% acima ou abaixo da média de velocidade do modelo verdadeiro ($\approx 4030 m/s$) para esse nível de ruído. A redução dos erros RMS do modelo e dos dados foi considerável ao longo das iterações, chegando a uma redução maior que 130% no caso dos erros do modelo usando GCV, finalizando com menos de 6% na quarta iteração.

A Figura 2 faz um comparativo da evolução dos erros do modelo e do dado utilizando GCV e Reginska como métodos de busca de parâmetro de regularização ótimo. Para o caso em questão, monofrequência iterativo, o método GCV apresentou melhores resultados e foi utilizado na evolução das iterações.

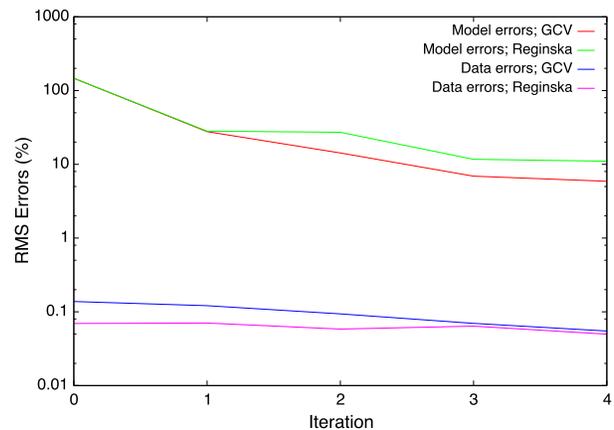


Figura 2: Erros RMS relativos do dado e do modelo ao longo das iterações utilizando os métodos de Reginska e GCV para a busca do parâmetro de regularização ótimo.

Multifrequência iterativa

Com o intuito de obter mais informações para a inversão, utilizou-se várias frequências e com diferentes passos (Δf) para avaliar a porcentagem de redução dos erros na recuperação do modelo verdadeiro. Utilizando 3 frequências obtivemos resultados satisfatórios e equivalentes àqueles com mais frequências. O passo na frequência Δf variou de 0 Hz a 30 Hz, conforme a Figura 3.

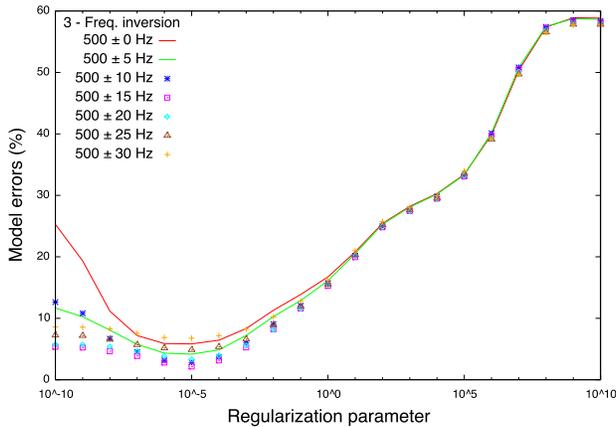


Figura 3: Erros RMS do modelo em uma inversão com 3 frequências para diferentes passos na frequência em função do parâmetro de regularização.

A Figura 3 mostra que a inversão na faixa de 500 ± 15 Hz é a que apresenta os melhores resultados para esse modelo com o nível de ruído utilizado. De modo geral a multifrequência se mostrou satisfatória na inversão, entretanto, utilizando passos largos na frequência como ± 30 Hz, obtivemos erros do modelo maiores que o caso monofrequência.

Monofrequência Iterativa Sequencial

Nessa abordagem, utilizou-se apenas uma frequência a cada iteração, porém, o valor dessa frequência foi continuamente alterado, mantendo o comprimento de onda fixo a cada iteração. O meio em estudo foi discretizado em células de 5 metros quadrados. Como o comprimento de onda deve ser maior que a célula, observamos melhores resultados utilizando um comprimento de onda entre uma e duas vezes o tamanho da mesma ($\lambda \approx 7.8$ m). Desse modo, a escolha da frequência de inversão foi adotada com base na razão entre a velocidade de inversão, sendo o comprimento de onda fixo a cada iteração.

Na figura 4 são apresentadas as imagens dos modelos recuperados após 2 iterações utilizando a monofrequência iterativa sequencial na inversão. É notável a melhoria da qualidade da imagem do modelo recuperado ao longo das iterações. Nessa abordagem, poucas iterações foram necessárias para se obter um resultado satisfatório e os erros do modelo na última iteração foram menores que 2.5%, resultado superior ao das outras abordagens apresentadas até aqui.

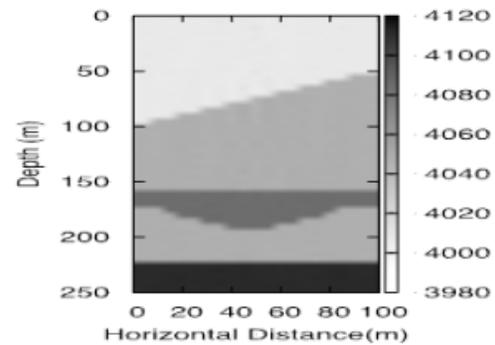
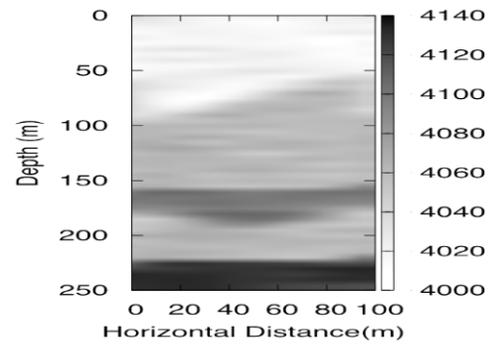


Figura 4: Modelos estimados da primeira e da última iteração através de uma inversão monofrequência iterativa sequencial.

Multifrequência Iterativa Sequencial

Nessa abordagem, várias frequências foram utilizadas simultaneamente a cada iteração e estas variavam de acordo com a velocidade de background, mantendo uma faixa de comprimento de onda fixo. Os resultados nesse caso também foram satisfatórios com poucas iterações, porém os erros RMS não se apresentaram significativamente diferente do caso monofrequência anterior. Um quadro comparativo entre as quatro abordagens é apresentado na seção a seguir.

Comparação entre as quatro abordagens

A Tabela 1 sumariza o resultado das abordagens apresentadas para o modelo verdadeiro com uma camada inclinada e um paleocanal. Os erros da velocidade, que representam em termos percentuais o quanto a velocidade do modelo recuperado difere daquelas do modelo verdadeiro, se apresentaram relativamente próximas para as quatro abordagens. Foi observado que a média de velocidades do modelo recuperado convergia para a média de velocidade do modelo verdadeiro a cada iteração em todos os casos, razão pela qual obtivemos baixos erros de velocidade ao final das iterações.

Tabela 1: Comparativo dos erros percentuais da velocidade, do modelo e dos dados para a última iteração e número de iterações para as quatro abordagens apresentadas.

Abordagens	Características	ε_v	ε_m	ε_d	Iterações
Mono	frequência fixa	0.041	5.487	0.038	4
Multi	multifrequências fixas	0.028	3.877	0.032	5
Mono Sequencial	frequência variável	0.016	2.146	0.036	2
Multi Sequencial	multifrequências variáveis	0.024	3.345	0.032	2

Os erros dos dados apresentaram comportamento semelhante aos erros da velocidade, também se apresentando muito próximos nas quatro abordagens. Já os erros do modelo tiveram maiores disparidades. As abordagens sequenciais se mostraram mais efetivas que as abordagens de frequência fixa tanto nos erros quanto no número de iterações necessárias. Isso se deve ao fato de que o comprimento de onda fixo escolhido foi aquele que “melhor” enxergava o meio e isso se repetiu em todas as iterações, diferente das abordagens de frequência fixa. Além disso, percebemos que a utilização de multifrequência foi mais efetiva no caso de frequência fixa, não sendo aconselhada quando a frequência varia a cada iteração.

Conclusões

Nesse trabalho realizamos uma inversão tomográfica matricial monofrequência e multifrequência iterativa, utilizando a modelagem através da aproximação de Born e comparamos com as inversões monofrequência e multifrequência iterativa e sequencial, em um modelo de velocidades verdadeiro simulando um modelo de interesse geológico. Os resultados através do método monofrequência iterativo foram satisfatórios, especialmente com a GCV, reduzindo significativamente os erros do modelo e permitindo o uso de uma velocidade inicial de background “arbitrária”. Com o intuito de obter uma melhor recuperação do modelo verdadeiro, introduziu-se várias frequências na inversão e com diferentes passos na frequência. Percebeu-se que a inversão multifrequência apresentou menores erros. Outro ponto importante é que o tamanho do passo na frequência influenciou diretamente na redução dos erros, não sendo razoável usar um passo muito largo, uma vez que a frequência está relacionada com o comprimento de onda e que apenas certa faixa de comprimento de onda “enxerga” o meio adequadamente, devido às dimensões das células com que o mesmo foi discretizado. Notamos também que a utilização de frequências variáveis na inversão, tanto mono quanto multifrequência, melhorava os resultados do modelo recuperado bem como reduzia o número de iterações necessárias. Em resumo, a abordagem Born iterativa sequencial apresentou-se satisfatória para a redução dos erros da inversão comparada com a abordagem convencional e, principalmente, permitiu a inversão sem a necessidade

do conhecimento prévio da velocidade de background do meio.

Agradecimentos

D. Sande agradece a CAPES pela bolsa de doutorado. D. Sande e A. Bassrei agradecem ao CNPq e à PETROBRAS pelo apoio ao projeto INCT-GP e à FINEP pelo apoio ao projeto ‘Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01)’. A. Bassrei agradece ainda ao CNPq pela bolsa de pesquisa (308690/2013-3).

Referências

- CRAVEN P. WHABA, G.** 1979. Smoothing noisy data with spline functions - estimating the correct degree of smoothing by the method of generalized cross validation. *Numerische Mathematik*, 31, 377-403.
- DEVANEY, A. J.** 1982. A filtered backpropagation algorithm for diffraction tomography, *Ultrasonic Imaging*, 4, 336-350.
- DEVANEY, A. J.** 1984. Geophysical diffraction tomography, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 22, 3-13.
- HARRIS, J. M. AND YIN, F.** 1994. Nonlinear multi-frequency wave equation tomography, *Expanded Abstract, 64th SEG Annual Meeting*, 988-991.
- HARRIS, J.** 1987. Diffraction tomography with arrays of discrete sources and receivers, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 25, 448-455.
- LO, T. W., INDERWIENSEN, P. L.** 1994. *Fundamentals of Seismic Tomography*. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK.
- REGINSKA, T.** 1996. A regularization parameter in discrete ill-posed problems: *SIAM Journal on Scientific Computing*, 17,740-749.
- ROCHA FILHO, A. A., HARRIS, J. M., BASSREI, A.** 1996. A simple matrix formulation diffraction tomography algorithm, *Expanded Abstract, 34th Brazilian Congress of Geology*, v. 2, 312-315.
- SANTOS, E. T. F. AND BASSREI, A.** 2007. L- and θ -curve approaches for the selection of regularization parameter in geophysical diffraction tomography, *Computers and Geosciences*, 33, 618-629.
- WAHBA, G.** 1990. *Spline Models for Observational Data*, SIAM, Philadelphia.
- WU, R.-S. AND TOKSOZ, M. N.** 1987. Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging, *Geophysics*, 52, 11-25.